ALDAGAI ERREALEKO FUNTZIO ERREALAK (13/14 – 14/15)

(Definizio-eremuak, limiteak, jarraitutasuna, deribatuak eta diferentziala. Gradientea. Funtzio konposatuak)

1.- Aurkitu analitiko eta grafikoki hurrengo funtzioaren definizio-eremua:

$$f(x,y)=\sqrt{x\cdot(\mathrm{L}x)^2}+\sqrt{2-|y-2|-|x-1|}\cdot \mathrm{L}\left((x-1)^2+(y-2)^2-1\right)$$

2.- Aurkitu analitiko eta grafikoki $f(x,y)=\dfrac{\arcsin\left(\dfrac{x}{2\pi}\right)\cdot \mathrm{L}\left[x\cdot\left(x^2+y^2-\pi^2\right)\right]}{\sqrt{y-e^x}}$ funtzioaren definizio-eremua.

3.- Bi aldagaiko funtzio baten diferentziala erabiliz, lortu, gutxi gorabehera, zenbat balio duen $\arctan\left(\dfrac{1.1}{0.8}\right)$ adierazpenak. Garapena arrazoitu.

4.- $f(x,y)=\begin{cases}\left(2x^2+2y^2\right)\cdot\sin\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik:

a) Kalkulatu bere lehenengo deribatu partzialak $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2$.

b) Aztertu bere diferentziagarritasuna $(0,0)$ puntuan.

c) Estudiatu bere lehenengo deribatu partzialen jarraitutasuna $(0,0)$ puntuan.

5.- Jakinda $f(x,y)=\begin{cases}e^{\frac{y^3}{x^2+y^2}} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 1 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa <u>ez dela diferentziagarria</u> $(0,0)$ puntuan:

a) Aztertu bere jarraitutasuna $(0,0)$ puntuan.
b) Kalkulatu bere deribatu partzialak $(0,0)$ puntuan.
c) Kalkulatu $(0,0)$ puntuan bere deribatu direkzionala OX^+ ardatzarekin 45º angelua osatzen duen norabidean.

6.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{L}\left(1+x^2\right)\cdot\sin y}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik:

a) Aztertu bere jarraitutasuna $(0,0)$ puntuan.
b) Aztertu bere diferentziagarritasuna $(0,0)$ puntuan.

7.- Kalkulatu $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{(x-y)^2} & \forall(x,y)\,/\,x\neq y\\ x-1 & \forall(x,y)\,/\,x=y\end{cases}$ funtzioaren deribatu partzialak $(1,1)$ puntuan.

8.- Izan bedi $z = f(x,y)$ funtzio diferentziagarria $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2$. Baldin $f(0,0)=3$, $f(0.1,\ 0)=3.01$ eta $f(0.1,\ 0.2)=3.018$ balioak ezagutzen badira, kalkulatu *f*-ren deribatu partzialen balio hurbilduak $(0,0)$ puntuan.

9.- $w(x,y)=g\left(y^2\right)-f\left(y^2+g(xy)\right)$ funtzioa emanik, f eta g diferentziagarriak $\mathbb{R}^2$ osoan, eta $g(2)=1$, $g'(1)=1$, $g'(2)=2$, $f'(1)=2$, $f'(2)=1$ ezagutuz, kalkulatu $\left(w'_x\left(2,1\right)\right)^2+w'_y\left(2,1\right)$

10.- Aurkitu analitiko eta grafikoki $f(x,y)=\dfrac{\arcsin\left(\dfrac{x}{2\pi}\right)\cdot \mathrm{L}\left[x\cdot\left(x^2+y^2-\pi^2\right)\right]}{\sqrt{y-e^x}}$ funtzioaren definizio-eremua.

11.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{L}\left(1+x^2\right)\cdot\sin y}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik:

a) Aztertu bere jarraitutasuna $(0,0)$ puntuan.
b) Aztertu bere diferentziagarritasuna $(0,0)$ puntuan.

12.- Kalkulatu $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{(x-y)^2} & \forall(x,y)\,/\,x\neq y\\ x-1 & \forall(x,y)\,/\,x=y\end{cases}$ funtzioaren deribatu partzialak $(1,1)$ puntuan.

13.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik:

a) Kalkulatu, $(0,0)$ puntuan, <u>definizioa erabiliz</u>, bere deribatu direkzionalak $\vec{u}=(1,1)$, $\vec{u}=(1,0)$ eta $\vec{u}=(0,1)$ norabideetan.
b) Aurreko emaitzak ikusita, zer esan dezakezu funtzioaren diferentziagarritasunaz $(0,0)$ puntuan?

14.- Aurkitu, analitiko eta grafikoki, $f(x,y)=\sqrt{\sin(x+y)}+\dfrac{\mathrm{L}x}{\sqrt{y}}$ funtzioaren definizio-eremua

15.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik:

a) Estudiatu, $(0,0)$ puntuan, *f*-ren jarraitutasuna.
b) Estudiatu, $(0,0)$ puntuan, *f*-ren diferentziagarritasuna.
c) Kalkulatu, $(0,0)$ puntuan, bere deribatu direkzionalak $y-2x=3$ zuzenaren norabidean.

16.- $f(x,y) = \mathrm{L}\left(x^2 + 3y^2\right)$ funtzioa eta $P(1,1)$ puntua emanik:

a) Aurkitu, P puntuan, norabideak non f funtzioaren aldakuntzarik handiena eta txikiena ematen diren.
b) Aurkitu P puntuari dagokion maila-kurba. Baita maila-kurbari dagokion P puntuko zuzen ukitzailea ere.
c) Marraztu aurreko atalean lortutako maila-kurba, eta, lehenengo ataleko norabideak.